

I meccanismi di formazione dell'
ARCOBALENO
 (vedi anche l'articolo O 13, sezione " Ottica sperimentale ")

Tutti conoscono quel fenomeno atmosferico o meteora¹ per il quale, durante o dopo la pioggia, se il sole fa capolino fra le nubi, può apparire in cielo un arco brillante colorato o "iride".

Vogliamo ora esaminare più da vicino il fenomeno, definendone le caratteristiche e, in seguito, dando una spiegazione ottico-geometrica di queste caratteristiche.

Cominciamo col notare che l'arcobaleno si presenta quando in aria sono sospese delle gocce d'acqua, o perché la pioggia è in corso, o perché sta cessando o perché qualcuno, nei paraggi, sta innaffiando con il tubo rivolto in alto. Inoltre occorre che queste gocce, cioè la nube in via di disfaccimento e di caduta, siano illuminate dal sole attraverso uno squarcio delle nubi. Occorre dunque una forte sorgente luminosa di piccole dimensioni, la cui radiazione deve cadere su una gran quantità di gocce d'acqua sospese in aria, sia pure in movimento verso il basso.

Ora, come è facile intuire, una nube può essere costituita da gocce di dimensioni svariatissime; non c'è alcun fattore che possa uniformare quelle dimensioni: solo la gravità tende a far cadere più velocemente le gocce più grosse. Ma, indipendentemente dalle dimensioni delle gocce, l'arcobaleno si presenta sempre con le stesse caratteristiche: diametro apparente, distribuzione dei colori, ecc. Per spiegare questo fatto, come vedremo negli inserti matematici più sotto, occorre studiare il percorso dei raggi solari all'interno delle singole gocce d'acqua, e vedremo che questo percorso è proprio indipendente dalle dimensioni delle gocce: nelle formule che useremo nel calcolo, infatti, non compare mai il valore del raggio delle gocce.

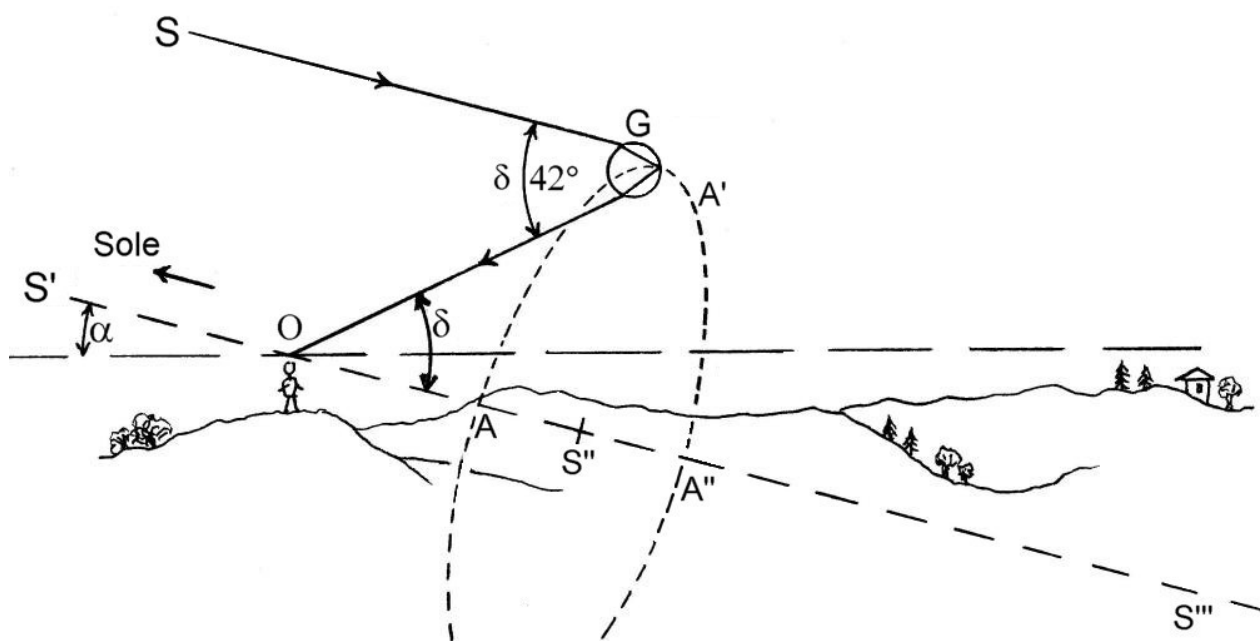


Fig. 1 - Schema di formazione dell'arcobaleno. G rappresenta una generica goccia d'acqua di pioggia. La linea orizzontale a tratteggio lungo rappresenta l'orizzonte dell'osservatore. SG o S'O rappresentano la direzione da cui proviene la radiazione solare. L'angolo GOS'' è alterno interno con SGO e pertanto è pari a δ .

Osserviamo ora che l'arcobaleno (A - A' - A'' in fig. 1) ha la forma di un arco di circonferenza e che il centro della circonferenza (S'' in fig. 1) si trova su una retta che congiunge il sole (S' all'estrema sinistra,

¹ Si chiamano **metèore** (dal greco "meteora" = cosa in alto) tutti i fenomeni atmosferici naturali.

fuori figura) con l'occhio dell'osservatore (O). Si noti anche che l'arcobaleno si trova sempre dalla parte opposta al sole rispetto all'osservatore, come in figura.

Per spiegare questo, bisogna considerare i raggi solari come SG o S'O; nella figura, G rappresenta una generica goccia d'acqua disegnata non in scala con il resto della scena; la retta SG è disegnata parallela alla retta S'O e si suppone che, data la grande distanza, il sole possa giacere sia sulla retta SG che sulla S'O, poiché "due parallele si incontrano all'infinito": quindi il sole è rappresentabile sia col punto S che col punto S'. Quando i raggi solari, tutti sensibilmente paralleli ad SG, incontrano le innumerevoli gocce della nube, bisogna ammettere che, attraversando le gocce, di forma all'incirca sferica, essi subiscono qualche riflessione interna ed emergano dalle gocce formando un angolo acuto δ col raggio "incidente" SG²; poiché questo angolo è acuto, i raggi tornano verso l'osservatore e la goccia responsabile di questa deviazione si trova, rispetto all'osservatore, dalla parte opposta al sole. In altre parole, se l'osservatore guarda dalla parte opposta al sole, vedrà una gran quantità di gocce che rinviano verso di lui i raggi solari i quali poi formano tutti un angolo δ col raggio in arrivo o "incidente" (SG). Poiché però le gocce sono innumerevoli, in tutte le direzioni (come OG) che formano un angolo pari a δ colla direzione del sole (SG), si deve vedere una brillantezza particolare, dovuta a tutti i raggi deviati come OG. Ecco perché l'arcobaleno ha la forma di un cerchio: tutti i raggi come OG formano colla direzione del sole (S'OS") lo stesso angolo δ e pertanto giacciono sulla superficie di un cono che ha per asse la retta S'O S" e per apertura δ : poiché la sezione retta di un cono è un cerchio, anche l'arcobaleno è circolare (A - A' - A" in figura) ed il centro di questo cerchio (S") deve giacere sull'asse del cono, cioè sulla retta S'OS", come si è detto sopra, e quindi sotto l'orizzonte.

L'angolo di deviazione δ è pari a circa $41,83^\circ$, e la spiegazione di questo valore si trova più avanti. Ma intanto possiamo concludere che l'arcobaleno si osserva in una direzione che forma sempre, rispetto alla direzione del sole (S'OS"), un angolo di $41,83^\circ$. Se l'osservatore si trova in una regione pianeggiante ed il sole è distante dall'orizzonte di un angolo α ³, minore di $41,83^\circ$, l'osservatore vedrà l'arcobaleno come un arco di ampiezza inferiore a 180° : potrebbe raggiungere questo valore soltanto se il sole si trovasse esattamente all'orizzonte. Via via che il sole si alza, l'arcobaleno si abbassa e la porzione visibile di esso diminuisce di ampiezza; quando il sole si trova a $41,83^\circ$ dall'orizzonte (o più di $41,83^\circ$), l'arcobaleno diviene invisibile.

Qualche eccezione a questa regola è possibile:

◇◇ quando l'osservatore si trova su un'altura e la valle sotto di lui contiene una nuvola di caratteristiche adeguate, quell'osservatore potrà guardare anche al di sotto del piano orizzontale che passa per il suo occhio; potrà anche vedere, quindi, un arco di arcobaleno più ampio di quanto vedrebbe stando in una pianura; se il sole è alto sull'orizzonte di un angolo maggiore di $41,83^\circ$, può darsi che l'arcobaleno sia ancora visibile.

◇◇ Quando i raggi solari sono riflessi da uno specchio d'acqua, la riflessione crea un'immagine virtuale del sole al di sotto dell'orizzonte: è come se i raggi solari provenissero "da sotto terra"; in questo modo, la retta S'O della figura 1 è inclinata verso l'alto poiché l'immagine virtuale del sole (S') si trova sotto l'orizzonte. L'arcobaleno si alza.

Resta da spiegare perché i raggi solari deviati dalle gocce d'acqua in direzione GO debbano formare col raggio incidente SG proprio un angolo di $41,83^\circ$: poiché le gocce sono sferiche, ed i raggi solari incidono sull'intera loro superficie che è ricurva, i raggi dovrebbero venir deviati anche in altre direzioni; anzi, in tutte le direzioni all'interno di un certo cono. Così infatti avviene, ma l'occhio percepisce solo i raggi con quel certo angolo, come detto sopra, giacenti nel piano SGO. Ma perché tutti gli altri, formanti con la direzione del sole un angolo δ diverso da $41,83^\circ$, non vengono percepiti? La ragione è questa: i fascetti di raggi solari che vengono deviati formando un angolo δ di $41,83^\circ$ emergono dalla goccia ancora come fascetti paralleli, e sono detti "raggi di Cartesio" in ricordo del fisico e filosofo francese che si occupò per primo di questo problema; l'energia del fascio non viene "sparpagliata"⁴ ed il nostro occhio percepisce in

² il simbolo δ (delta) indica la lettera "d" minuscola dell'alfabeto greco: gli angoli si indicano di solito con lettere greche minuscole. In ottica, s'indicano generalmente con "i" ed "r" gli angoli di incidenza e di rifrazione.

³ La lettera α (alfa) è la "a" minuscola dell'alfabeto greco.

⁴ Il termine "sparpagliato" non è corretto, ma non si possono usare in un discorso di ottica gli equivalenti "diffuso" o "disperso" poiché questi ultimi termini hanno un significato specifico e diverso. In luogo di "sparpagliato", si potrebbe dire "allargato".

quella direzione una maggiore brillantezza, cioè un punto dell'arcobaleno. Tutti gli altri fascetti emergono con un diverso angolo, ma non sono paralleli: o sono divergenti o sono convergenti (ma in questo caso divengono presto divergenti, appena superato il punto di convergenza) e la loro energia viene rapidamente "sparpagliata" divenendo troppo debole per essere percepita. Ecco perché l'arcobaleno appare come una fascia di dimensioni e larghezza ben definite. Nelle altre direzioni, la luce rinviata dalle gocce è capace di entrare nella pupilla dell'osservatore è troppo scarsa.

Si osserva poi che, nonostante la brillantezza del sole, l'arcobaleno è sempre piuttosto pallido ed anzi, se il suo sfondo (montagne, altre nubi) è piuttosto chiaro, esso può apparire invisibile per mancanza di contrasto. Deve dunque avvenire una forte perdita di brillantezza, non dovuta a divergenza del fascio poiché abbiamo detto (e dimostreremo più sotto) che i "raggi di Cartesio" emergono dalla goccia come fascetti paralleli. La perdita è dovuta al gioco di riflessioni che avvengono all'esterno ed all'interno della goccia d'acqua: come vedremo in fig. 3a, un raggio solare viene prima di tutto parzialmente riflesso verso l'esterno dalla superficie della goccia, prima di penetrare in essa; poi viene riflesso all'interno della goccia, ma solo in parte, nel senso che questa riflessione interna non è "totale", nel significato ottico del termine, e molta energia torna ad uscire dalla goccia e si disperde in direzione opposta al sole; dopo questa riflessione interna, il raggio di Cartesio incide di nuovo sulla superficie della goccia, emerge come fascetto parallelo ma una parte di esso viene di nuovo riflessa all'interno della goccia e viene ancora "sparpagliata". Quello che resta a formare il raggio di Cartesio, il solo utile, è dunque molto poco. Senza contare che la goccia si trova all'interno di una nube e quindi davanti ad essa (fra essa ed il sole, fra essa e l'osservatore) si trovano innumerevoli altre gocce che diffondono comunque la radiazione capace di darci la sensazione visiva dell'arcobaleno.

Ora dobbiamo spiegare perché l'arcobaleno è composto di anelli colorati concentrici e perché questi colori sono disposti secondo un ordine fisso.

Supponiamo che i fenomeni di trasmissione della "luce"⁵, che si verificano quando essa attraversa la superficie di separazione fra due materiali ("mezzi") trasparenti, come avviene alla superficie delle nostre gocce d'acqua che sono sospese in aria, siano indipendenti dal colore, cioè dalla "lunghezza d'onda". In questo caso, il fascetto di raggi solari che forma il raggio di Cartesio, e che emerge dalla goccia come fascio parallelo, sarebbe unico, ben definito, e noi vedremmo l'arcobaleno come una linea ricurva chiara, ben definita, senza colori.

Ma tutti sanno che la luce bianca, in particolare quella solare, è formata da un miscuglio di onde di diversa lunghezza, che danno al nostro occhio la sensazione dei colori "puri" che vanno dal viola al blu, verde, giallo, arancio e rosso. Queste onde, o radiazioni, di diversa lunghezza d'onda, vengono deviate più o meno quando attraversano un mezzo trasparente, come le nostre gocce, per cui il raggio di Cartesio non è unico quando emerge dalla goccia, ma vi sono infiniti raggi più o meno deviati che formano, per così dire, una serie infinita di arcobaleni concentrici, che si susseguono con una successione di colori come quelli prima elencati, con tutte le sfumature intermedie. È come dire che l'angolo δ sopra definito non ha esattamente un valore di $41,83^\circ$, ma varia leggermente (da 41° a $42,5^\circ$ circa), per cui l'arcobaleno si estende un poco sopra ed un poco sotto l'angolo di $41,83^\circ$ dato sopra.

Il fatto che l'arcobaleno presenti l'orlo esterno rosso e l'interno viola è dovuto al fatto che, come dimostreremo più sotto, per il colore rosso l'angolo δ è maggiore e quindi "l'arcobaleno rosso" appare più ampio degli altri; il contrario per l'altro estremo dello "spettro"⁶, quello che ci dà la sensazione di viola, che produce una deviazione δ minore e mostra un arcobaleno più piccolo, all'interno di quelli degli altri colori. La successione di questi archi di diverso colore è appunto la cosiddetta "iride".

I CASI PARTICOLARI

Esaminiamo ora alcuni fenomeni collegati in un modo o nell'altro con l'arcobaleno.

- Arcobaleni visibili in prossimità di fontane, cascate, ecc.

Capita a volte di osservare figure simili all'arcobaleno guardando in direzione di una massa

⁵ Bisognerebbe chiamarla "radiazione ottica".

⁶ "Spettro" è in ottica una successione di radiazioni elettromagnetiche di lunghezza d'onda variabile da un minimo ad un massimo.

di gocce d'acqua in caduta, come una nube artificiale, provocata da un getto di fontana, da una cascata naturale, ecc. Occorre solo che la nube artificiale sia illuminata dal sole e che l'osservatore si ponga al posto giusto. Le gocce possono trovarsi anche vicino a terra⁷.

Poiché l'arcobaleno è provocato dalla deviazione dei raggi solari all'interno delle gocce d'acqua, lo stesso meccanismo visto sopra provocherà un arcobaleno artificiale.

Dato che il getto della fontana o la cascata hanno in genere estensione limitata, è probabile che l'arcobaleno artificiale sia corto, cioè che non venga in contatto con l'orizzonte da entrambi i lati. Del resto, anche l'arcobaleno normale, provocato dalle nubi, non è sempre completo, cioè non scende fino all'orizzonte, se la nube non si estende anch'essa verso il basso fino all'orizzonte.

Altra particolarità di questi arcobaleni artificiali è che spesso la larghezza della fascia arcuata è maggiore di quella dell'arcobaleno normale (un paio di gradi, come visto sopra). Quando ciò avviene, la causa sta nelle maggiori dimensioni delle gocce che cadono velocemente e non hanno più forma sferica, bensì allungata, ovale o "a goccia", cioè con un estremo affilato. L'irregolarità nella forma delle gocce provoca un'irregolarità nell'angolo di deviazione δ sopra definito.

- Arcobaleni doppi

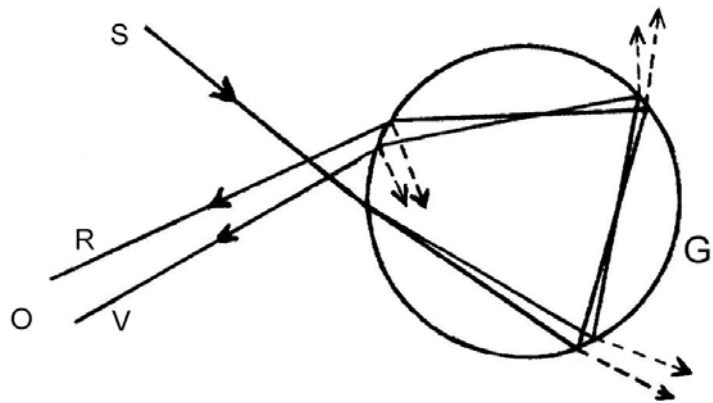
Può accadere che, all'esterno dell'arcobaleno normale come descritto sopra ("primario" o "principale"), si veda un secondo arcobaleno concentrico col primo, più pallido, con i colori in ordine invertito (rosso all'interno, viola all'esterno), e con apertura di circa 51° invece che di $41,83^\circ$ (angolo δ sopra definito).

Questo arcobaleno "secondario" è dovuto al fatto che i raggi solari, oltre al cammino indicato in fig. 1 e 3, percorrono all'interno della goccia un secondo cammino (fig. 2) entrando nella goccia da sotto, subendo due riflessioni interne invece di una, e poi riemergendo da sopra. Questa doppia riflessione spiega perché l'angolo δ è maggiore; inoltre essa provoca una maggiore perdita di luce (due riflessioni interne invece di una) e spiega perché l'arcobaleno secondario è più debole del principale ed è difficilmente visibile.

Il fatto che i colori appaiano in ordine invertito nell'arcobaleno secondario è intuitivamente chiarito dalla fig. 2 in cui sono indicati i percorsi dei raggi rossi (R) e viola (V). I raggi di minore lunghezza d'onda (viola), infatti, sono più inclinati verso il basso e quindi vengono percepiti come provenienti da un'altezza maggiore.

Poiché il meccanismo è lo stesso, a parte il diverso valore dell'angolo δ , è logico che i due arcobaleni siano concentrici fra loro e centrati sulla direzione sole-osservatore.

Fig. 2 - Schema di arcobaleno secondario per doppia riflessione all'interno delle gocce d'acqua. S è ancora la direzione di provenienza dei raggi solari. R e V rappresentano raggi corrispondenti alle lunghezze d'onda estreme dello spettro ottico (rosso e viola, tanto per capirci).



- Arcobaleni secondari non concentrici con quello "normale", primario

Questi sono dovuti ad una sorgente aggiuntiva vicina al sole: una piccola nube illuminata da dietro, un riflesso in un lago, ecc.

- Arcobaleni non dovuti al sole

Dato che il meccanismo dell'arcobaleno presuppone solo una sorgente brillante e di piccola estensione, esso può funzionare con qualunque altra sorgente che abbia quelle caratteristiche: fari, fari, ecc. Si richiederà naturalmente la presenza di una nube, la corretta posizione dell'osservatore, ecc.

Anche la luna può creare arcobaleni, naturalmente molto pallidi.

- Aloni⁸

⁷ "ho visto "arcobaleni" anche su tele di ragno stese massicciamente sulle stoppie delle risaie al mattino oppure sulla terra ricoperta di rugiada (comunicazione personale del sig. U. Bocca, vedi l'ultima figura in quest'articolo).

⁸ Dal greco "alos" = aia rotonda, cerchio.

A volte, attorno al sole o alla luna, si osservano dei cerchi di modesta ampiezza e di luminosità uniforme: sono questi i “pareli” (attorno al sole) ed i “paraseleni” (attorno alla luna).

Più spesso si tratta di anelli più chiari, di maggiore ampiezza, spesso con una gradazione di colori come quella dell'arcobaleno: sono questi gli **aloni** in senso stretto.

Gli aloni differiscono dall'arcobaleno per il fatto di essere concentrici attorno al sole od alla luna, dalla stessa parte della sorgente.

Essi sono dovuti alla deviazione della luce operata non da gocce d'acqua ma da cristallini di ghiaccio, che si formano in certe nubi d'alta quota molto trasparenti (cirro-strati ad es.) a causa della bassa temperatura. In questi cristalli, la deviazione dei raggi solari è modesta, pochi gradi, e non vi è il ripiegamento all'indietro dei raggi stessi; ecco perché gli aloni sono visibili dalla stessa parte della sorgente.

Gli aloni possono essere costituiti non da un cerchio completo, ma da un arco, quando la nube non ha dimensioni sufficienti in tutte le direzioni attorno alla sorgente.

La presenza di colori è ancora dovuta al fatto che le radiazioni di diversa lunghezza d'onda sono diversamente deviate (rifratte) attraversando il cristallo di ghiaccio.

LE APPROSSIMAZIONI

I discorsi fatti sinora ed i calcoli sotto descritti sono validi solo ad alcune condizioni:

◇◇ la temperatura dell'aria è presupposta pari a 20°C (l'indice di rifrazione dell'acqua, come in genere dei mezzi trasparenti, varia con la temperatura e quindi varierebbero un poco tutti i valori degli angoli indicati);

◇◇ la lunghezza d'onda considerata nei calcoli corrisponde al colore giallo, più o meno in centro allo spettro visibile, in particolare alla riga D dello spettro del sole (data dagli atomi di sodio, pari a 589 nm); anche l'indice di rifrazione considerato nei calcoli corrisponde alla riga D del sodio ($n_D = 1,333$);

◇◇ la superficie della goccia d'acqua, supposta sferica, si considera ESENTE da tutte le aberrazioni delle superfici sferiche (o “diottri sferici”):

- aberrazione sferica e coma, per cui i fasci di diversa apertura convergono in punti diversi: tutti i calcoli e le figure sotto esposti vanno ritoccati se si considerano fasci (di raggi solari incidenti sulla goccia) di diverso diametro;

- astigmatismo, per cui i raggi giacenti in piani diversamente inclinati ma passanti per la direzione di propagazione convergono anch'essi in punti diversi; nelle figure e nei calcoli si considerano solo i raggi che giacciono nel piano del foglio, passante per il centro della goccia;

◇◇ il sole viene considerato una sorgente puntiforme; in realtà esso ha un diametro apparente dell'ordine di $0,5^{\circ}$; ciò significa che, attorno ad ogni raggio incidente o deviato dalla goccia d'acqua, si forma in realtà un fascio conico che ha il vertice nella goccia e per base il disco solare; ciò rende meno netto l'arcobaleno;

◇◇ i discorsi ed i calcoli sono abbastanza esatti per gocce di diametro superiore a $0,1\text{ mm}$; per diametri inferiori, si verificano fenomeni di diffrazione, per cui i colori sono alterati, oppure l'arcobaleno assume un aspetto biancastro e si allarga sempre più; calcoli in questo senso furono effettuati dall'inglese Airy. In pratica, questo significa che non si forma l'arcobaleno con la nebbia, la quale è formata da gocce troppo piccole.

I CALCOLI

Vogliamo ora dimostrare, in base alle leggi dell'ottica ed ai principi della trigonometria, alcune affermazioni fatte sopra. Una semplice realizzazione sperimentale, che consente una verifica di quanto segue, viene descritta nell'articolo O13 - “L'ARCOBALENO fatto in casa”, reperibile in questo sito nella serie “Ottica sperimentale”.

Nelle figure da 3 a 5 si indica con un cerchio una sezione mediana di una goccia d'acqua⁹; si cominci dalla fig. 3a, che rappresenta il percorso di un raggio generico; le direzioni GG' (un diametro della goccia) ed SB indicano la direzione dei raggi solari; i raggi SB sono dunque i raggi incidenti (sulla goccia); i raggi come BD sono i raggi rifratti corrispondenti; di essi si considera solo la frazione riflessa internamente, come DE; i raggi come DE vengono anch'essi riflessi parzialmente all'interno della goccia nel punto E, ma si considera solo la frazione rifrat-

⁹ Nel testo, le terne di lettere maiuscole indicate in corsivo (per es. BDC) indicano angoli; la lettera centrale dellaterna indica il vertice dell'angolo.

ta che concorre nell'arcobaleno, cioè EO; l'angolo fra i raggi SB ed EO rappresenta l'angolo di deviazione δ come sopra definito; i segmenti $CB = CD = CE$ sono tutti raggi della sfera, pertanto i triangoli BCD e DCE sono isosceli, con un angolo ottuso in C, che noi chiameremo γ (gamma); gli angoli come α (alfa) rappresentano angoli di incidenza (sulla goccia); gli angoli come β (beta) sono i corrispondenti angoli di rifrazione, calcolabili da: $\sin \alpha / n = \sin \beta$ (in cui n = indice di rifrazione = 1,333 per l'acqua); la superficie intorno a D è una superficie parzialmente riflettente, in cui BD è il raggio incidente e DE il raggio riflesso; ovviamente gli angoli $BDC = CDE = \beta$ sono uguali, secondo le leggi della riflessione; dunque, per un generico raggio SBD, la figura è simmetrica rispetto alla retta CDF (vedi la fig. 3a); ciò significa che il triangolo BDF è identico e simmetrico a EDF e l'angolo BFE, pari a δ , è diviso in parti uguali dalla bisettrice CDF; pertanto, una volta calcolato $\beta = CBD$ (vedi sopra), risultano noti anche BDC , CDE e DEC ; l'angolo di rifrazione in emergenza fra EO e la normale in E è ancora pari ad α . Gli angoli BCD e DCE , indicati con γ , sono pari a $180^\circ - 2\beta$ (la somma degli angoli interni di un triangolo è pari a 180°); considerando il triangolo BCD, l'angolo $G'CD$, pari a $\delta/2$ ($G'CF$ è alterno interno con BFC) si calcola come $180 - \gamma - \alpha$ (BCG è corrispondente all'angolo di incidenza in B, pari ad α). Possiamo quindi, noto l'indice di rifrazione dell'acqua, calcolare l'angolo β e, da questo, γ e l'angolo di deviazione $\delta/2$ e quindi δ . In qualche caso, è utile calcolare l'angolo $\kappa = G'MD = \beta + \delta/2$ (angolo esterno al triangolo DMC). "κ" è la lettera greca kappa minuscola.

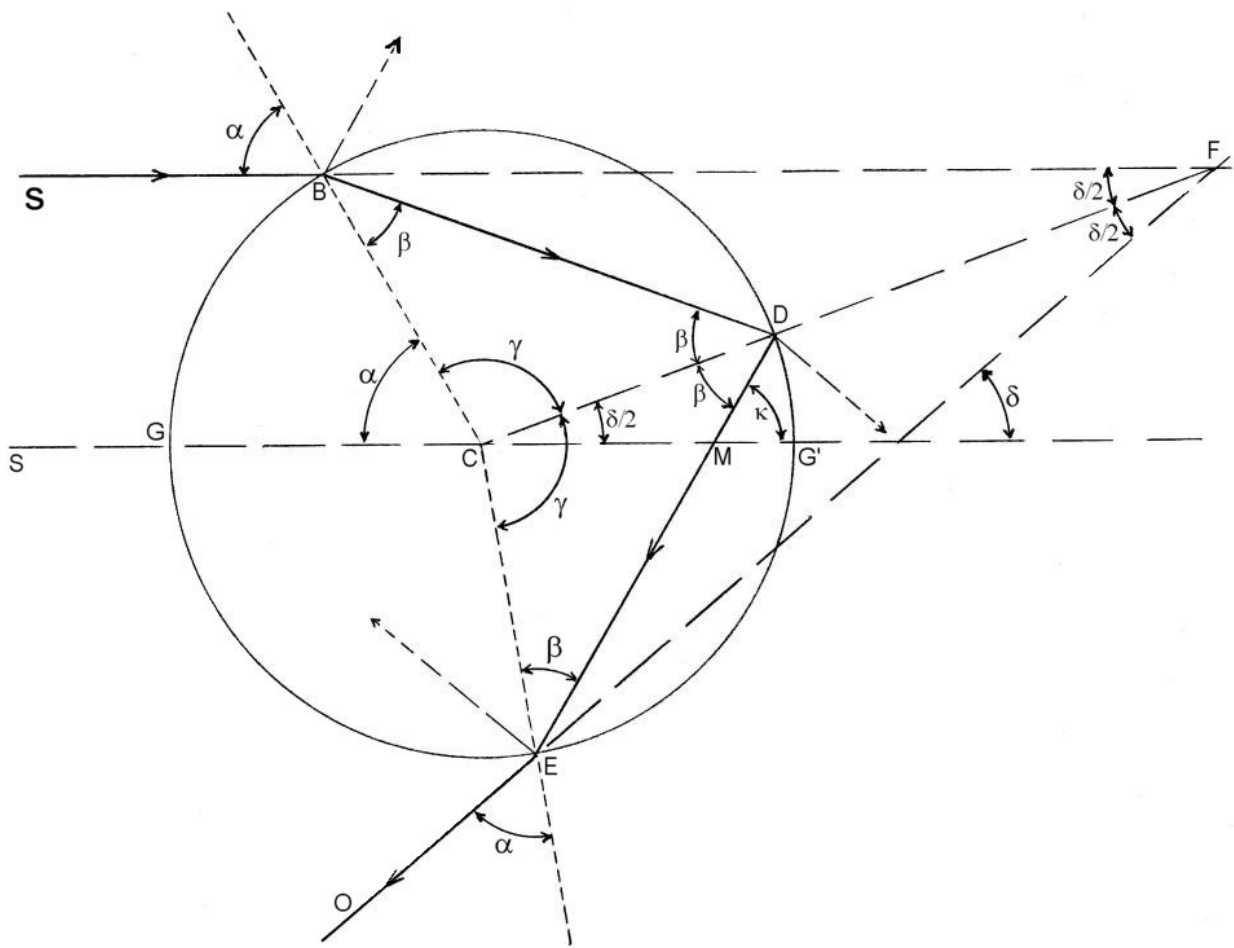


Fig. 3a - Schema del percorso di un raggio solare generico (SB) in una goccia d'acqua di pioggia, supposta sferica. Tutto il percorso si svolge in un piano che passa per il centro C della sfera. Negli altri percorsi, le cose si complicano. L'angolo d'incidenza $\alpha = 60^\circ$ è vicino a quello del "raggio di Cartesio". L'angolo di deviazione che ne risulta è $\delta = 42,0704^\circ$, nella supposizione di considerare l'indice di rifrazione $n_D = 1,333$ a 20° C. Il piano della figura passa per il centro della goccia.

In questa, come nelle restanti immagini, le rette a tratteggio fine indicano raggi della sfera, normali alla superficie della sfera stessa.

Nelle figure 3b, 4 e 5, invece di un singolo raggio, si considerano fascetti con diametro non trascurabile; in particolare, sono considerati tre diversi casi di fascetti provenienti dal sole che, incidendo sulla goccia, formano angoli di incidenza α varianti rispettivamente, da 56° a

62,7°, da 45° a 50° e da 70° a 75°. Queste coppie di valori, che rappresentano i limiti del fascetto considerato, sono state scelte ad arbitrio; nel caso della fig. 3b si pone ovviamente la sola condizione che i valori $\delta'/2$ e $\delta''/2$ debbano coincidere (per avere un fascio emergente EO formato da raggi paralleli), e così coincideranno i punti D' e D'' ; come vedremo, è questa la condizione per poter avere il "raggio di Cartesio".

Con un apice (') sono indicati gli angoli ed i punti corrispondenti ai raggi di minore incidenza all'interno di un dato fascetto, con due apici ('') quelli corrispondenti ai raggi d'incidenza maggiore.

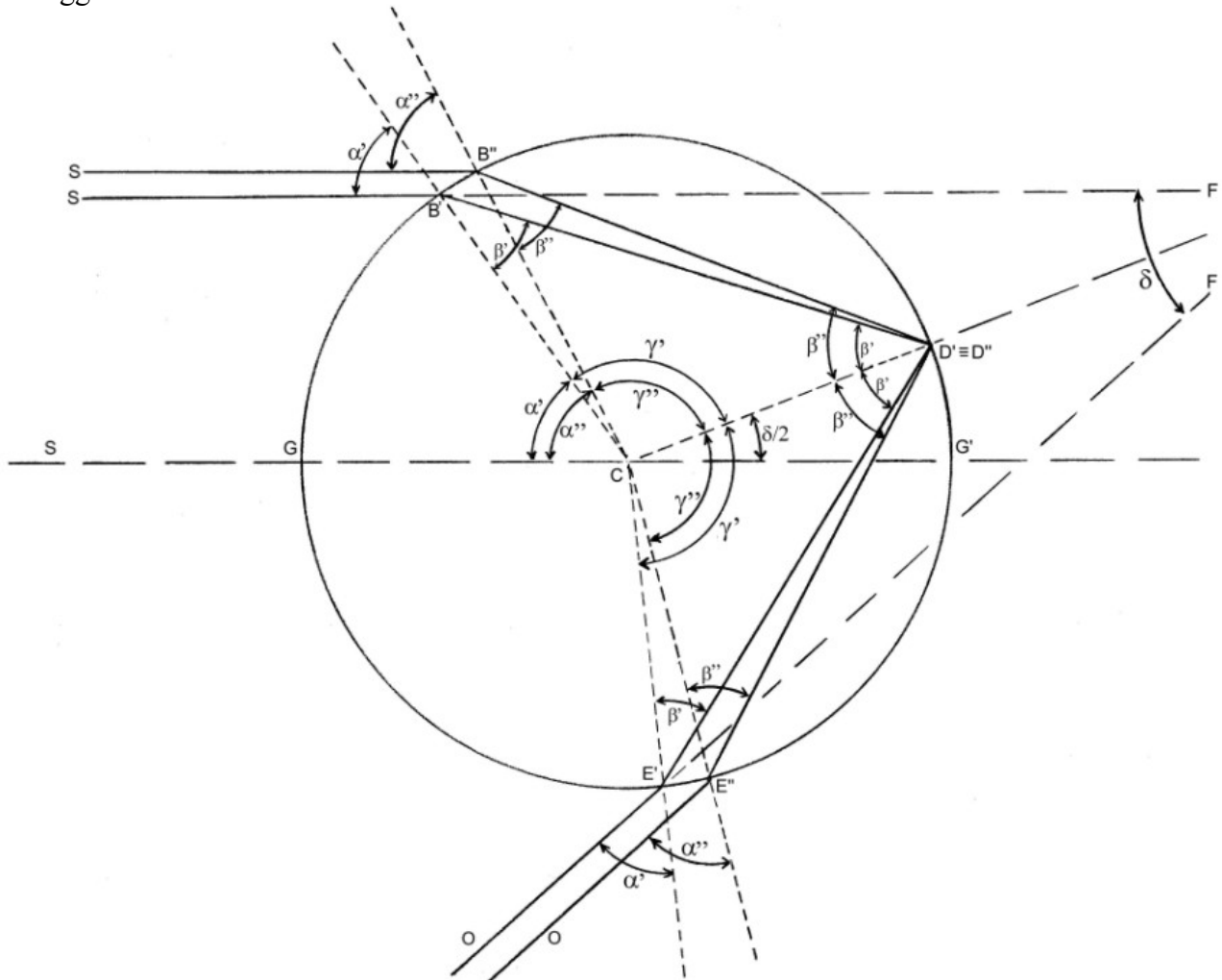


Fig. 3b - Percorso di un fascetto di raggi solari in una goccia di pioggia, nelle condizioni del "raggio di Cartesio". Si sono presi come confini arbitrari del fascetto i raggi con angolo d'incidenza $\alpha' = 56^\circ$ ed $\alpha'' = 62,7^\circ$ (valor medio $\alpha_m = 59,35^\circ$); ne deriva un angolo di deviazione unico $\delta = 41,8299^\circ$. I raggi rifratti $B'D'$ e $B''D''$ convergono nello stesso punto (D' coincide con D''). Il fascio riflesso DE è simmetrico del fascio BD rispetto alla bisettrice CD . Si sono volutamente ignorate le aberrazioni date dalla superficie sferica della goccia.

Ecco le nostre tesi.

••• Il raggio di Cartesio è l'unico che concorre a formare l'arcobaleno e per esso l'angolo di deviazione δ è pari a circa $41,83^\circ$. Si veda la fig. 3b. In essa si considerano due raggi incidenti SB' ed SB'' , scelti in modo da rientrare entrambi nel "raggio di Cartesio"; infatti, eseguiti i calcoli come sopra indicato, si riscontra che i due raggi rifratti $B'D$ e $B''D$ incidono in un punto D che è il medesimo per i due raggi (l'angolo $G'CD = \delta/2$ risulta lo stesso in entrambi i casi): per $\alpha' = 56^\circ$, si ha $\beta' = 38,4575^\circ$, $\gamma' = 103,085^\circ$ e $\delta'/2 = 20,9149^\circ$; per $\alpha'' = 62,7^\circ$, si ha $\beta'' = 41,8075^\circ$, $\gamma'' = 96,3850^\circ$ ed ancora $\delta''/2 = 20,9149^\circ$. Dunque i due raggi rifratti incidono in uno stesso punto (D) ed il valore $\delta = 41,8299^\circ$ vale per entrambi i raggi; è questo il valore che si voleva dimostrare.

Ma questa conclusione porta al fatto che, se i raggi SB' ed SB'' vanno a convergere in D , essi percorrono il cammino all'indietro DEO simmetricamente, e quindi i due raggi $E'O$ ed

$E''O$ debbono essere paralleli come lo erano SB' e SB'' ; essi quindi costituiscono il "raggio di Cartesio", l'unico che emerge dalla goccia come fascetto parallelo.

L'angolo d'incidenza medio per questo fascio, per la temperatura di $20^\circ C$ e per la riga D del sodio è $\alpha = 59,35^\circ$.

Per dimostrare che questa è l'unica condizione in cui il fascio emergente EO è costituito da raggi paralleli, si sono esaminati nelle figure 4 e 5 due casi con angoli di incidenza diversi.

Per $\alpha' = 45^\circ$ ed $\alpha'' = 50^\circ$ (ancora valori dati come esempio, fig. 4) si può vedere che, fatti i debiti calcoli, $\delta'/2 = 19,07^\circ$ e $\delta''/2 = 20,15^\circ$; dunque i punti D' e D'' non coincidono. Il fascio $B - D$ è ancora convergente, ma non converge in D , bensì dopo la superficie riflettente, in K ; oltre K , il fascio riflesso DE diverge ed emerge dalla goccia ancora divergendo; si noti che $\delta' = 38,15^\circ$ e $\delta'' = 40,31^\circ$: poiché $\delta' < \delta''$, se ne deduce che i raggi EO divergono. È quanto si voleva dimostrare.

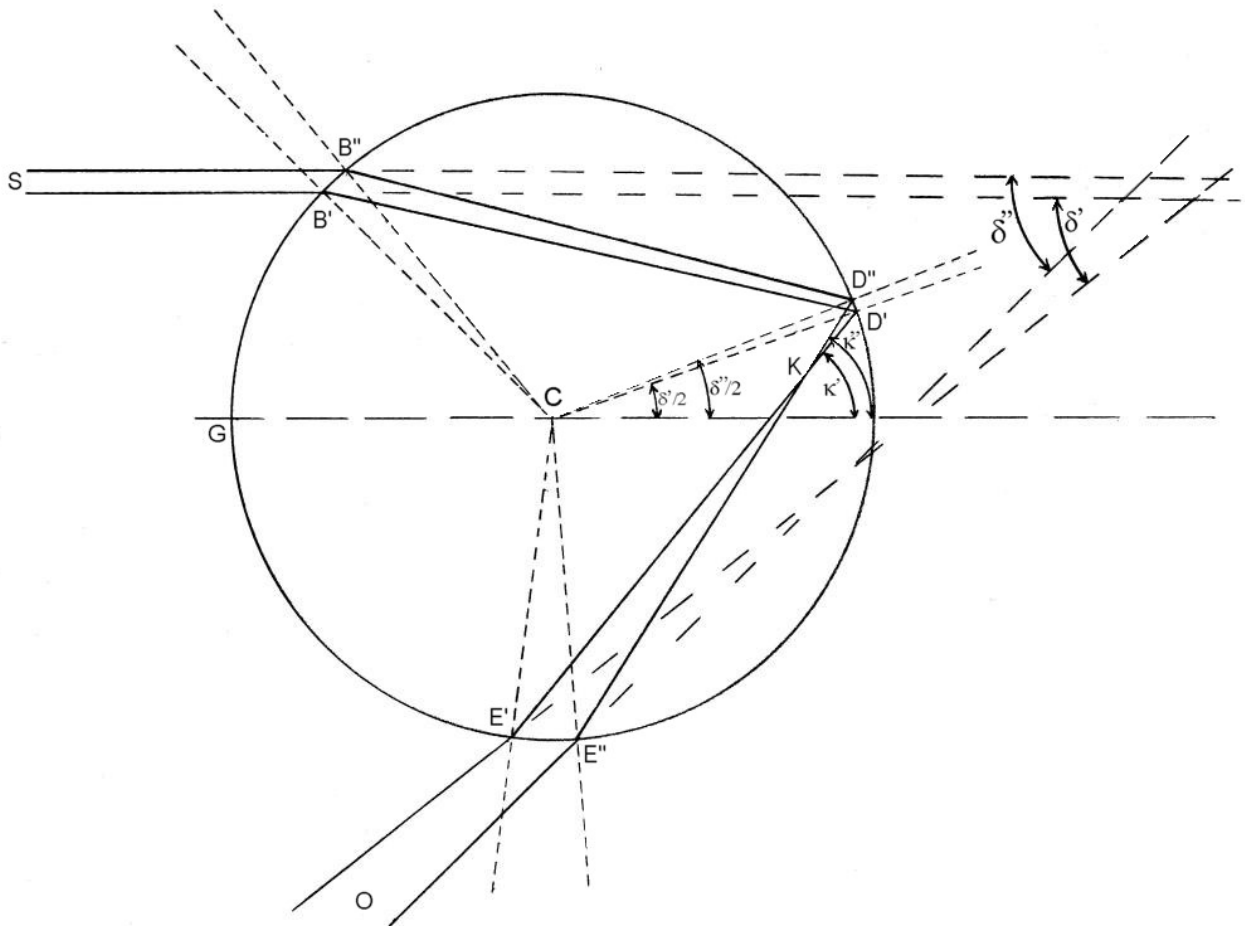


Fig. 4 - Percorso di un fascio di raggi solari in una goccia, con incidenza inferiore a quella del raggio di Cartesio. $\alpha' = 45^\circ$, $\alpha'' = 50^\circ$. I punti D' e D'' non coincidono ($\delta'/2 < \delta''/2$). Il fascio EO è divergente.

Che i raggi DK convergano in K lo dimostra il fatto che $\kappa' = 51,11$ è minore di $\kappa'' = 55,23^\circ$.

In fig. 5 si ha $\alpha' = 70^\circ$ e $\alpha'' = 75^\circ$; qui la situazione è più complessa. Fatti i calcoli, si osserva che D' e D'' non coincidono, ma D' è più aperto di D'' ; ciò significa che i due raggi BD si incrociano prima di giungere in D , nel punto L . Infatti risulta $\delta'/2 = 19,65^\circ$ e $\delta''/2 = 17,88^\circ$. Calcolando κ' e κ'' per una serie di valori di α , si constata che i raggi $D'E'$ e $D''E''$ possono divergere per α minore di circa 70° o convergere per α maggiore; dunque si può avere un secondo punto di convergenza fra D ed E . Quello che non cambia è la relazione $\delta' > \delta''$, per cui il fascio emergente (EO) NON È MAI COSTITUITO DA RAGGI PARALLELI. Anche quando il fascio DE è leggermente convergente (come in fig. 5), in modo che il punto di convergenza (M) si trovi fuori della goccia, il fascio EO diverge subito dopo. I punti E' ed E'' possono trovarsi l'uno alla destra dell'altro o viceversa; essi coincidono quando il fascio DE converge proprio in E .

Così, anche questo fascetto non rappresenta un “raggio di Cartesio” e non concorre all’arcobaleno.

La differenza di valore fra δ' e δ'' è modesta ($3,55^\circ$ nell’ultimo caso considerato, $2,16^\circ$ nel caso precedente, per $\alpha = 45^\circ$ o 50°) ma essa definisce un fascio conico che, alla distanza di 100 m, ha un diametro di base di circa 6 m; se si pensa che un arcobaleno si può osservare per nubi distanti anche qualche Km, e che il diametro della nostra pupilla è di 1 - 3 mm, si comprende che solo un’infinitesima parte di quel fascio conico può essere raccolta dal nostro occhio; ecco perché solo i “raggi di Cartesio” concorrono a formare l’arcobaleno: gli altri divergono sempre troppo rispetto al diametro della nostra pupilla.

••• Il raggio di Cartesio forma un angolo di deviazione δ minore di tutti gli altri. Dall’esame delle figure 4 e 5 e dai dati sopra forniti si vede che il valore di δ è sempre minore di $41,83^\circ$.

••• Le riflessioni all’interno di una goccia sferica non sono totali. Basta un’occhiata alla fig. 3a per dimostrarlo: gli angoli di incidenza nei punti D ed E (BDC e DEC) sono pari a β ; poiché β è inferiore all’angolo limite (α è minore di 90° , figg. 3a e 3b), non vi può essere riflessione totale e l’energia incidente in D viene in buona parte rifratta all’esterno della goccia, così come quella incidente in E è parzialmente riflessa all’interno. Tutto ciò fa perdere una buona parte della brillantezza del sole e rende molto tenue l’arcobaleno.

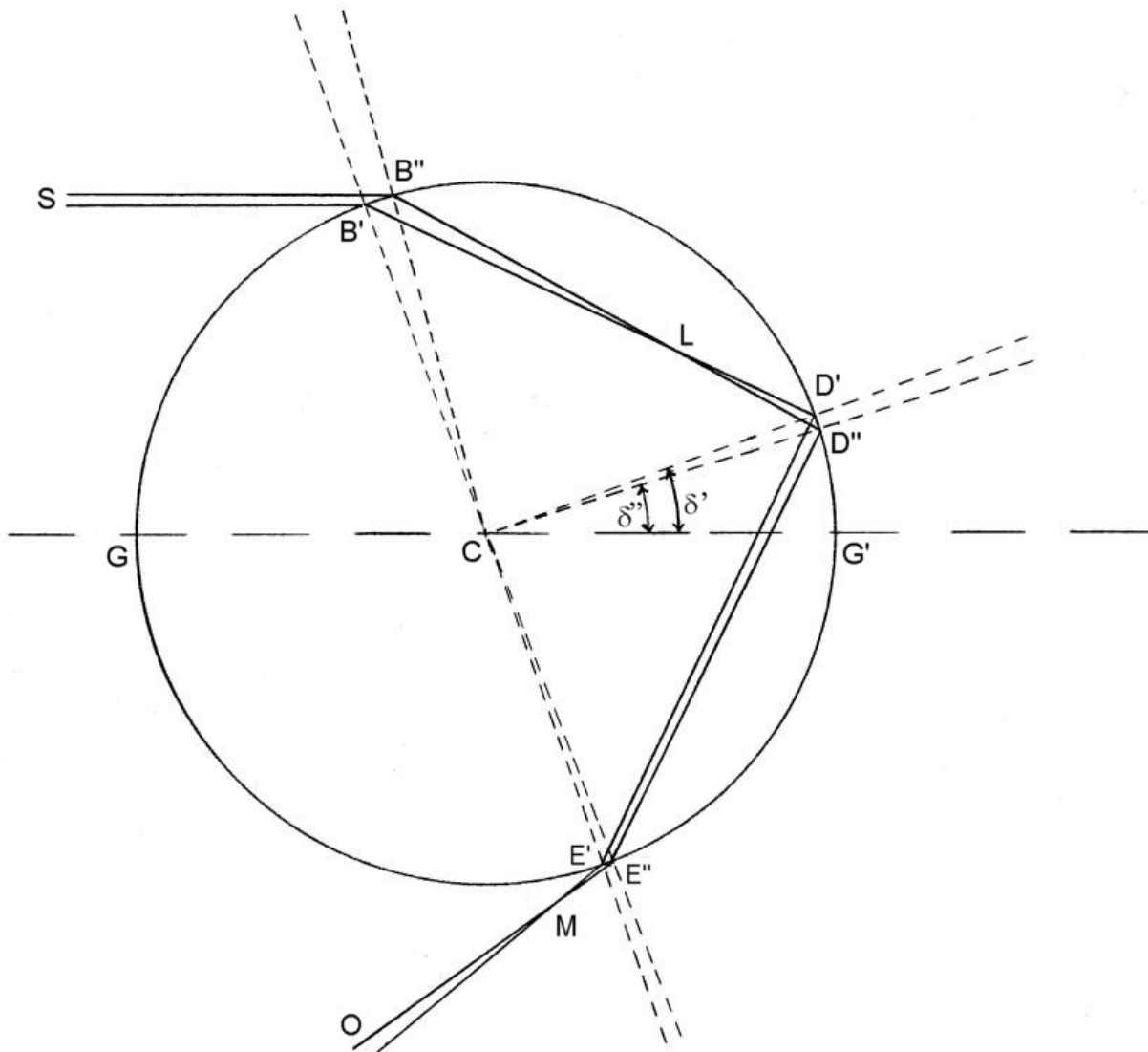


Fig. 5 - Percorso di un fascio di raggi solari in una goccia, con incidenza superiore a quella del raggio di Cartesio. $\alpha' = 70^\circ$; $\alpha'' = 75^\circ$. I punti D' e D'' non coincidono ($\delta'/2 > \delta''/2$). Il fascio EO è convergente, ma diverge dopo il punto M. Variando il valore di α , i raggi D'E' ed D''E'' possono convergere all’interno della goccia invece che all’esterno, come in questo caso.

••• Il valore dell'angolo δ è maggiore per il rosso, per cui l'arcobaleno mostra il rosso all'esterno. La differenza fra i valori di δ corrispondenti agli estremi dello spettro ottico (rosso e viola) è pari a circa 2° , e questa è la larghezza angolare dell'arcobaleno vista dall'osservatore.

Qui occorre rifare i calcoli dell'angolo di deviazione δ per due valori di lunghezza d'onda agli estremi dello spettro ottico; non proprio "agli estremi", poiché ivi il nostro occhio diviene insensibile, ma comunque nella "regione del rosso" e "del viola". Consideriamo due valori corrispondenti di indice di rifrazione, per es. $n_R = 1,3289$ (per $\lambda = 768$ nm) ed $n_V = 1,3394$ (per $\lambda = 447$ nm) e per essi riprendiamo l'esame del "raggio di Cartesio" per il quale $\delta' = \delta$ (caso della fig. 3b). Applicando le semplici formule di cui sopra, si ricavano valori di δ pari a $42,5512^\circ$ (per $\lambda = 768$ nm)("rosso") e $40,9590^\circ$ (per $\lambda = 447$ nm)("viola").

Si noti quanto volevamo spiegare: l'angolo di deviazione δ è maggiore per il rosso, il quale quindi apparirà "più alto", cioè formerà un cerchio di maggior diametro: l'orlo esterno dell'arcobaleno è rosso, l'interno è viola.

La differenza fra i due valori di δ sopra indicati è pari a $1,5922^\circ$, un poco meno dei 2° annunciati; ma si ricordi quanto detto: non abbiamo considerato gli estremi dello spettro ottico, quindi i limiti massimi della fascia dell'arcobaleno; inoltre il sole non invia "raggi" in senso geometrico poiché esso non è puntiforme; si hanno invece fasci conici di apertura (totale) di circa $0,5^\circ$ (per l'esattezza $32'$), e questo angolo si somma a quello da noi calcolato. Senza parlare dei fenomeni di diffusione che si verificano comunque all'interno della nube. Sommando tutti questi fenomeni, si arriva ai 2° globali che si osservano nella realtà.

Per amor di precisione va infine chiarito che, per i valori di lunghezza d'onda e di indice considerati in queste ultime righe, i valori dell'angolo medio di incidenza α calcolati prima per il caso del raggio di Cartesio in luce gialla (fig. 3 b) vanno leggermente ritoccati: essi risultano rispettivamente $\alpha = 59,62^\circ$ (rosso) ed $\alpha = 58,99^\circ$ (viola), invece di $59,35^\circ$, validi per la riga D del sodio (giallo).



Una figura fuori testo merita questa splendida immagine di un arcobaleno doppio, che raggiunge quasi 180° , segno che il sole era molto basso sull'orizzonte. A sinistra, raso terra, manca l'ultimo pezzetto dell'arco: la nuvola si è interrotta. (Arcobaleno doppio sopra a Villareale, frazione di Cassolnovo (PV)). (Foto del sig. Umberto Bocca, per gentile concessione dell'autore).

Anche “rasoterra” si possono formare porzioni di arcobaleno, quando sul terreno sono presenti gocce di rugiada o brina in fase di scioglimento:



(Foto del sig. Umberto Bocca, per gentile concessione dell'autore).

CONCLUSIONI

L'arcobaleno si presta a stimolare una riflessione sul metodo scientifico.

Vogliamo sostenere che la verità scientifica, cioè la conoscenza della natura, si raggiunge meglio col porre le domande corrette che non cercando le risposte esatte.

Infatti, in base a quanto detto sopra, sappiamo che l'arcobaleno è una sensazione, creata nel nostro occhio da certi fenomeni ottici che si svolgono all'interno delle gocce d'acqua. L'arcobaleno non è un oggetto, ma un'impressione creata da certi raggi solari deviati in un certo modo dalle gocce di pioggia. In un certo senso, simile ad un'illusione ottica.

Ebbene, se qualcuno chiede: “Di che colore è l'arcobaleno?”, pone una domanda senza risposta. Questa domanda è scorretta poiché presuppone che l'arcobaleno sia un oggetto dotato di certi colori, una specie di striscia di cartone dipinto, distesa per aria. Non si può rispondere a questa domanda.

La domanda corretta da porre è invece: “Qual'è il fenomeno per cui, in certe condizioni, il nostro occhio ha la sensazione di vedere in cielo una fascia più chiara, con quella certa forma e quei certi colori?” A questa domanda è possibile rispondere: “Il fenomeno è dovuto alla deviazione e dispersione dei raggi solari che si verificano in certe condizioni nelle gocce di pioggia ... ecc. ecc.”

A domanda corretta (e solo a quella) può seguire una risposta corretta.